

АГЕНТСТВО ОБРАЗОВАНИЯ АДМИНИСТРАЦИИ  
КРАСНОЯРСКОГО КРАЯ

КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ЗАОЧНАЯ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНАЯ ШКОЛА ПРИ КРАСГУ

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИКИ  
Дополнительная образовательная программа

10 класс

Возраст детей — 15-16 лет

Срок реализации — 1 год

Авторы программы

А.М.Кытманов, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Е.И.Яковлев

Красноярск 2006

Составители: А.М.Кытманов, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Е.И.Яковлев

Дополнительные главы математики/ Дополнительная образовательная программа. 10 класс. Сост.: А.М.Кытманов, Е.К.Лейнартас, С.Г.Мысливец, Е.И.Яковлев; КрасГУ. — Красноярск, 2006. — 16 с.

ISBN 5-7638-0707-3

Печатается по решению Дирекции Краевого государственного учреждения дополнительного образования "Заочная естественно-научная школа" при Красноярском государственном университете

ISBN 5-7638-0707-3

© Красноярский  
государственный  
университет, 2006

## Аннотация

Учебный курс дополняет традиционные курсы по математике в школе главами, естественным образом примыкающими к школьным образовательным стандартам. Тем самым систематизирует, расширяет знания по предмету, дает почувствовать красоту математических доказательств и изящество их решений. Таким образом, ориентирует школьников в выборе будущей профессии, расширяет и развивает математическую культуру школьников.

## Пояснительная записка

Цели и задачи курса:

дополнить школьные образовательные стандарты главами, естественным образом к ним примыкающими;

систематизировать, расширить знания по математике;

расширить и развить математическую культуру школьников;

сориентировать школьников в выборе будущей профессии;

заложить фундамент под будущее обучение в высшей школе.

Учебный курс рассчитан на учащихся 10 класса, углубленный уровень. В нем собран материал, доступный как обычным школьникам (комбинаторика, комплексные числа), так и предназначенный для школьников с достаточно развитой математической культурой и интересующихся нестандартными задачами и темами (теория вероятностей, логические задачи, методы решения алгебраических уравнений).

Объем учебного курса — 160 часов, из них 100 часов — самостоятельная работа с учебно-методическим пособием, 40 часов — контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения, 10 часов — ответы и решения для самоконтроля, 10 часов — интерактивные семинарские занятия. Все эти виды деятельности делятся равномерно по модулям.

После вступительных экзаменов для успешной учебы нужна не только "натасканность" на определенные классы задач, но и систематические знания и математическая культура.

Данный курс в дополнительной образовательной программе дает возможность поучиться у опытных преподавателей высшей школы.

Содержание курса (входящего в разработанные ведущими преподавателями методические пособия) охватывает темы, как правило, выходящие за пределы школьного курса, тем самым существенно углубляя и расширяя его. Пособия содержат необходимые сведения для подготовки абитуриентов. Авторы предполагают, что учащиеся ЗЕНШ владеют материалом школьных учебников по математике (знают основные теоремы, формулы, признаки и свойства). В каждом задании нужно выполнить все предложенные задачи, тщательно разобрать приведенные решения и примеры. Как правило, там содержатся основные алгоритмы и примеры решения задач. Некоторые разделы методических пособий предполагают работу со школьным учителем.

Модули будут содержать: развернутую программу модуля, учебно-методическую часть, материалы для самостоятельных занятий, контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы, эталонные ответы и решения для самоконтроля, список допол-

нительной литературы. Подобная разбивка позволит использовать данные методические разработки для заочного обучения школьников. Задания делятся на три типа (А, В, С), в соответствии с уровнем сложности и предлагаемой формой ответов на них. В часть А включаются простые задания и предлагается указать номера правильных ответов (задания с закрытой формой ответа). В части В задачи сложнее и вариантов ответов не дается, предлагается указать правильный ответ (задания с открытой формой ответа). В части С наиболее сложные и интересные задачи. Предлагается дать полные и обоснованные их решения. Таким образом, задачи для самостоятельного решения предполагается оформить аналогично тестам ЕГЭ. Для задач части А и В приводятся только правильные ответы, а задачи части С даются с подробными решениями.

Курс состоит из пяти модулей:

комбинаторика (размещения, сочетания, перестановки, полная математическая индукция, формула бинома);

элементы теории вероятностей (классические вероятностные задачи, классическая вероятность, подходы Колмогорова, Хинчина, классические функции распределения, математическое ожидание, дисперсия);

комплексные числа (возникновение комплексных чисел, алгебраический подход, тригонометрическая форма комплексного числа, элементарные функции комплексного аргумента, применение комплексных чисел);

методы решения алгебраических уравнений (полное решение уравнений второй степени, типы алгебраических уравнений, сведения об основной теореме алгебры, уравнения третьей и четвертой степеней);

логические (занимательные) задачи (некоторые сведения из алгебры логики, о логических операциях и предикатах, принципы решения логических задач на примере различного вида занимательных задач).

Таким образом в результате обучения школьники приобретут дополнительные знания из курса алгебры по комплексным числам, методам решения алгебраических уравнений в области комплексных чисел; знания по комбинаторике и ее приложениям в теории вероятности и по элементарной математической логике.

Они приобретут умения и навыки в использовании комплексных чисел при решении алгебраических уравнений и систем; в обращении с основными понятиями комбинаторики (сочетаниями, размещениями и перестановками); в использовании этих понятий при решении классических задач теории вероятности; а также в обращении с логическими операциями алгебры логики и принципами решения логических задач.

## Учебно-тематический план

### 1. Логические (занимательные) задачи (20 часов)

#### 1.1. Алгебра логики (4 часа)

1.1.1. Цель теории

1.1.2. Простейшие связки

1.1.3. Другие связки

1.1.4. Высказывания с заданными таблицами истинности

1.1.5. Логические возможности

1.1.6. Логические отношения

1.1.7. Варианты импликации

1.1.8. Правильные аргументы

1.1.9. Косвенный метод доказательства

#### 1.2. Исчисление высказываний (4 часа)

1.2.1. Общезначимость

1.2.2. Символизация обычного языка

1.2.3. Исчисление предикатов

#### 1.3. Алгебра высказываний и теория множеств (4 часа)

1.3.1. Операции над подмножествами

1.3.2. Соотношения между множествами и составными высказываниями

1.3.3. Логические функции

1.3.4. Голосующие коалиции

#### 1.4. Аксиоматические теории (предназначена для учителей) (4 часа)

1.4.1. Понятие аксиоматической теории

1.4.2. Неформальные теории в рамках теории множеств

1.4.3. Формальные аксиоматические теории

1.4.4. Метаматематика

## 1.5. Занимательные логические задачи (4 часа)

1.5.1. Разрезания

1.5.2. Взвешивание монет

1.5.3. Стратегия игры в рулетку

1.5.4. Знаменитые логические задачи

1.5.5. Логические парадоксы

1.6. Итоговый контроль по модулю (контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения) (8 часов)

1.7. Самоконтроль (2 часа)

1.8. Интерактивное семинарское занятие по теме "Алгебра логики"

## 2. Комплексные числа (20 часов)

2.1. Определение комплексных чисел и арифметические операции над ними (4 часа)

2.1.1. Сложение и вычитание комплексных чисел

2.1.2. Умножение комплексных чисел

2.1.3. Сопряженные комплексные числа. Деление комплексных чисел

2.1.4. Свойства арифметических операций

2.2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел (2 часа)

2.3. Тригонометрическая форма комплексного числа (2 часа)

2.3.1. Арифметические операции над комплексными числами

2.3.2. Приложение к геометрическим задачам

2.4. Возведение в степень комплексных чисел и извлечение корней из комплексных чисел (4 часа)

2.4.1. Возведение в степень комплексных чисел

2.4.2. Применение формулы Муавра к решению тригонометрических задач

2.4.3. Извлечение корня из комплексных чисел

2.4.4. Решение некоторых уравнений

- 2.5. Простейшие функции комплексного переменного (2 часа)
  - 2.5.1. Степенная функция
  - 2.5.2. Дробно-линейная функция
- 2.6. Решение алгебраических уравнений (2 часа)
  - 2.6.1. Решение квадратных уравнений
  - 2.6.2. Решение уравнений большей степени
- 2.7. Гиперкомплексные числа (4 часа)
  - 2.7.1. Двойные числа
  - 2.7.2. Дуальные числа
  - 2.7.3. Кватернионы
  - 2.7.4. Гиперкомплексные числа
- 2.8. Итоговый контроль по модулю (контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения) (8 часов)
- 2.9. Самоконтроль (2 часа)
- 2.10. Интерактивное семинарское занятие по теме "Тригонометрическая форма комплексного числа"
- 3. Методы решения алгебраических уравнений (20 часов)
  - 3.1. Понятие уравнения. Алгебраическое уравнение (4 часа)
    - 3.1.1. Уравнения
    - 3.1.2. Равносильность уравнений
  - 3.2. Линейные, квадратные и трехчленные уравнения (6 часов)
    - 3.2.1. Линейные уравнения
    - 3.2.2. Квадратные уравнения
    - 3.2.3. Трехчленные уравнения
    - 3.2.4. Уравнения, сводящиеся к линейным, квадратным и трехчленным уравнениям

### 3.3. Решение алгебраических уравнений высокой степени (6 часов)

3.3.1. Корни многочленов

3.3.2. Метод понижения степени

3.3.3. Симметрические уравнения

3.3.4. Возвратные уравнения

3.3.5. Метод неопределенных коэффициентов

3.3.6. Однородные уравнения

3.3.7. Метод замены переменных

### 3.4. Системы алгебраических уравнений (4 часа)

3.4.1. Системы линейных уравнений

3.4.2. Системы двух симметричных уравнений

3.4.3. Системы двух уравнений

3.4.4. Системы трех симметричных уравнений

3.4.5. Системы трех уравнений

3.4.6. Системы произвольного числа уравнений

3.5. Итоговый контроль по модулю (контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения) (8 часов)

3.6. Самоконтроль (2 часа)

3.7. Интерактивное семинарское занятие по теме "Основная теорема алгебры многочленов"

## 4. Комбинаторика (20 часов)

4.1. Перестановки, сочетания и размещения (6 часов)

4.1.1. Выбор без повторений

4.1.2. Выбор с повторениями

4.1.3. Задачи о разбиениях конечного множества

4.1.4. Полный перебор вариантов

- 4.2. Формулы для подсчета перестановок, сочетаний и размещений (4 часа)
  - 4.2.1. Основные правила комбинаторики
  - 4.2.2. Основные формулы
  - 4.2.3. Свойства биномиальных коэффициентов
- 4.3. Бином Ньютона (4 часа)
  - 4.3.1. Задача о блуждании по прямой
  - 4.3.2. Треугольник Паскаля
  - 4.3.3. Формула бинома
- 4.4. Некоторые приемы решения комбинаторных задач (6 часов)
  - 4.4.1. Обратимость выбора места
  - 4.4.2. Склеивание элементов
  - 4.4.3. Подсчет ненужных вариантов
- 4.5. Итоговый контроль по модулю (контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения) (8 часов)
- 4.6. Самоконтроль (2 часа)
- 4.7. Интерактивное семинарское занятие по теме "Треугольник Паскаля"
- 5. Элементы теории вероятностей (20 часов)
  - 5.1. Понятие вероятности и его интерпретация (4 часа)
    - 5.1.1. Вероятность
    - 5.1.2. Статистический эксперимент
    - 5.1.3. Типы случайных событий
  - 5.2. Классическая вероятностная схема (4 часа)
    - 5.2.1. Непосредственный подсчет вероятностей
    - 5.2.2. Комбинаторные способы подсчета вероятностей
  - 5.3. Геометрические вероятности (2 часа)

#### 5.4. Теоремы о вероятности (4 часа)

5.4.1. Теорема о сложении вероятностей

5.4.2. Теорема об умножении вероятностей

5.4.3. Условная вероятность

5.4.4. Формула полной вероятности

5.4.5. Формула Байеса

#### 5.5. Формула Бернулли (2 часа)

5.5.1. Последовательность независимых испытаний

5.5.2. Распределение Бернулли

#### 5.6. Случайная величина (4 часа)

5.6.1. Распределение случайных величин

5.6.2. Нормальное распределение

5.6.3. Функции нормального распределения

5.6.4. Нормальные приближения биномиального распределения

5.6.5. Таблицы функций нормального распределения

5.7. Итоговый контроль по модулю (контрольные вопросы и задания для самостоятельного решения) (8 часов)

5.8. Самоконтроль (2 часа)

5.9. Интерактивное семинарское занятие по теме "Формула полной вероятности"

# Содержание образовательной программы

## Логические (занимательные) задачи

Научно-популярная литература по логике очень обширна и рассчитана на самые различные категории читателей. Большинство из них (книг) порождены надеждой, что благодаря алгебре логики все школьники наконец-то начнут разбираться в необходимых и достаточных условиях и прочих логических вопросах школьного курса математики. Пристрастие ряда преподавателей породило руководства, содержащие основанные на кванторах рецепты (без размышлений) построения определений отрицательных понятий. Но в большинстве известных элементарных книг в очень небольшой степени учтены интересы читателя, нуждающегося в содержательных теоремах и задачах. Представляется полезным знакомство школьников с идеями конечной математики (в частности, алгебры логики), поскольку они качественно отличаются от идей традиционного курса математики.

Содержание разработки будет содержать следующие понятия и темы. Высказывания, простые и составные. Истина и ложь. Константы, переменные и вспомогательные символы. Таблицы истинности. Операции алгебры логики: отрицание, конъюнкция, дизъюнкция. Импликация, двойная импликация. Их таблицы истинности. Как по заданной таблице истинности найти высказывание. Занимательные задачи и примеры. Использование логических возможностей для анализа высказываний. Логически истинные и логически ложные высказывания. Анализ проблем. Логические деревья. Логическое следование. Эквивалентные высказывания. Несовместимые высказывания. Эквивалентность, конверсия и контрапозиция. Посылки и заключения. Их истинность и ложность. Ложный и правильный вывод. Приведение к абсурду. Элементарные и составные формулы. Простые компоненты. Правила действия с формулами. Теория вывода. Термы, предикаты и кванторы. Свободные и связанные переменные. Теоремы вывода. Логические следствия. Интуитивная теория множеств. Операции объединения, пересечения, разности и дополнения и их свойства. Множества истинности высказываний. Булева алгебра. Понятие функции. Область определения и область значений. Равные функции. Базис пространства логических возможностей. Двоичные числовые системы. Выигрывающие, проигрывающие и блокирующие коалиции. Начала Евклида — первый пример аксиоматической теории. Неформальная аксиоматика. Неполнота формальных теорий. Исчисление высказываний и исчисление предикатов как формальные теории. Аксиоматические теории первого порядка. Различные задачи на разрезания прямоугольников, треугольников и многоугольников. Задачи на определение фальшивых и настоящих монет с помощью взвешивания. Карточные игры. Рулетка и стратегия выигрыша. Парадоксы карточных игр. Кувшинки. Король и министр. Последнее слово осужденного и др. Парадоксы лжеца, брадобрея и др.

## Комплексные числа

Понятие числа складывалось в математике постепенно в результате длительного развития, которое шло под воздействием практики и внутренних потребностей математики. Была историческая предопределенность возникновения комплексных чисел.

Пособие содержит следующие понятия и темы.

Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Равенство комплексных чисел. Сложение и вычитание комплексных чисел. Умножение комплексных чисел. Определение операции сопряжения. Свойства операции сопряжения. Сопряженные комплексные числа. Деление комплексных чисел. Свойства коммутативности и ассоциативности сложения и умножения, дистрибутивность и другие свойства арифметических операций. Геометрическая интерпретация комплексных чисел на плоскости. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме. Равенство комплексных чисел в тригонометрической форме. Геометрические задачи, которые можно решать с помощью применения комплексных чисел. Натуральная степень комплексного числа, геометрическая интерпретация. Формула Муавра. Решение различных тригонометрических задач с помощью формулы Муавра. Корень  $n$ -й степени из комплексного числа. Геометрическая интерпретация. Решение некоторых уравнений с помощью извлечения корня из комплексного числа. Степенная функция и ее свойства. Дробно-линейная функция и ее свойства. Функция Жуковского. Двойные числа и их свойства. Дуальные числа и их свойства. Кватернионы и их свойства. Гиперкомплексные числа как обобщение рассмотренных ранее систем чисел. Свойства гиперкомплексных чисел.

## Методы решения алгебраических уравнений

К решению алгебраических уравнений сводятся многие задачи математики. Данное пособие рассматривает решение алгебраических уравнений над полем комплексных чисел.

Пособие содержит следующие понятия и темы.

Понятие уравнения, решения уравнения. Следствия уравнений. Равносильность уравнений. Решение линейных уравнений. Геометрическая интерпретация решения. Решение квадратных уравнений с любым дискриминантом. Теорема Виета. Геометрическая интерпретация решения. Решение трехчленных уравнений. Решение уравнений, сводящихся к линейным, квадратным, трехчленным уравнениям. Основная теорема алгебры. Деление многочленов. Теорема Безу. Обобщенная теорема Виета. Решение уравнений методом понижения степени. Решение симметрических уравнений нечетной степени. Решение симметрических уравнений четной и нечетной степени. Решение возвратных уравнений четной и нечетной степени. Решение уравнений, которые раскладываются на множители методом неопределенных коэффициентов. Решение некоторых однородных уравнений. Применение метода замены при решении некоторых алгебраических уравнений высокой степени. Решение систем линейных уравнений, их геометрическая интерпретация. Степенные суммы корней, их связь с коэффициентами уравнения. Решение симметричных систем уравнений (двух, трех, произвольного числа уравнений) с помощью степенных сумм корней. Решение различных систем алгебраических уравнений.

## Комбинаторика

Выбор с повторениями и без повторений. Задачи о разбиении конечного множества. Типы составленных комбинаций. Перестановки, сочетания и размещения. Полный перебор

вариантов. Алгоритмы перечисления перестановок, сочетаний и размещений. Основные правила комбинаторики: правило суммы и правило произведения. Формулы для числа перестановок, сочетаний и размещений. Простейшие свойства биномиальных коэффициентов. Перестановки, сочетания и размещения в задачах на составление комбинаций с повторениями. Задача о блуждании на прямой. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона. Некоторые свойства биномиальных коэффициентов. "Обратимость" выбора места. "Фиксирование" элемента. "Склеивание" элементов. Подсчет ненужных вариантов. Выбор простейшего порядка. Заполнение мест в формируемых комбинациях.

## Элементы теории вероятностей

Статистический эксперимент (бросание монеты). Его исходы и события. Понятие вероятности и ее интерпретация. Типы случайных событий и действия над ними. Непосредственный подсчет вероятности. Классическая вероятностная схема. Комбинаторика и вероятность. Геометрическая вероятность. Теоремы о сложении и умножении вероятности. Условная вероятность, независимые события. Формула полной вероятности. Формула проверки гипотез (формула Байеса). Последовательность независимых испытаний. Схема и формула Бернулли. Распределение случайных величин. Плотность и функция распределения. Понятие о нормальном распределении. Кривая нормального распределения. Функция плотности для нормального распределения. Нормальное приближение для биномиального распределения. Таблицы значений функций нормального распределения.

## Вопросы для итогового контроля

### Логические (занимательные) задачи

1. Понятие высказывания, простые и составные высказывания.
2. Понятие таблицы истинности.
3. Основные операции алгебры логики. Их таблицы истинности.
4. Эквивалентные и несовместимые высказывания.
5. Логические правила вывода.
6. Понятие логической формулы.
7. Предикаты и кванторы.
8. Булева алгебра.
9. Классические логические задачи: задачи на разрезание, задачи на взвешивание, парадоксы лжеца, брадобрея.

### Комплексные числа

1. Понятие комплексного числа.
2. Основные операции над комплексными числами и их свойства.
3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
4. Модуль и аргумент комплексного числа.
5. Формула Муавра.

6. Корень  $n$ -й степени из комплексного числа.
7. Дробно-линейная функция и ее свойства.
8. Двойные числа и их свойства.
9. Кватернионы и их свойства.
10. Гиперкомплексные числа.

## **Методы решения алгебраических уравнений**

1. Понятие уравнения, решения уравнения.
2. Равносильность уравнений.
3. Решение произвольных квадратных уравнений.
4. Теорема Виета и ее следствия.
5. Решение трехчленных уравнений.
6. Основная теорема алгебры.
7. Алгоритм Евклида для многочленов.
8. Теорема Безу и ее следствия.
9. Решение симметрических уравнений.
10. Решение возвратных уравнений.
11. Применение метода замены при решении алгебраических уравнений.
12. Решение систем линейных уравнений.
13. Степенные суммы корней.
14. Рекуррентные формулы Ньютона и их применения.

## **Комбинаторика**

1. Понятие выборки с повторениями и без повторений.
2. Перестановки, сочетания и размещения.
3. Основные правила комбинаторики.
4. Формулы для числа перестановок, сочетаний и размещений.
5. Понятие и свойства биномиальных коэффициентов.
6. Формула бинома Ньютона и ее следствия.
7. Треугольник Паскаля.

## **Элементы теории вероятностей**

1. Понятие статистического эксперимента.
2. Понятие вероятности и ее интерпретация.
3. Классическая вероятностная схема.
4. Геометрическая вероятность.
5. Основные теоремы теории вероятностей.
6. Понятие условной вероятности.
7. Независимые события.
8. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.
10. Понятие случайной величины.

11. Схема и формула Бернулли.
12. Понятие распределения случайных величин.
13. Понятие о нормальном распределении.

## Методическое обеспечение

Способ обучения по этой дополнительной программе — заочный. По каждой теме написаны методические пособия. Они рассылаются школьникам вместе с контрольными вопросами и заданиями для самостоятельной работы по данному пособию. Школьники решают их и присылают решения в ЗЕНШ. После проверки им выставляется оценка и проверенная тетрадь вместе с решениями отсылается назад. В конце обучения учащиеся получают специальные проверочные задания.

Если учебно-методическая часть модуля разработана на несколько лет, то контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы регулярно обновляются, меняются каждый год.

## Список литературы

- [1] БАЙИФ Ж.-К. *Логические задачи* / Ж.-К.Байиф. — М.: Мир, 1983.
- [2] БОЛТЯНСКИЙ В.Г. *Симметрия в алгебре* / В.Г.Болтянский, Н.Я.Виленкин — М.: Наука, 1967.
- [3] ВАВИЛОВ В.В. *Задачи по математике. Алгебра* / В.В.Вавилов, И.И.Мельников, С.Н.Олехник, П.И.Пасиченко. — М.: Наука, 1987.
- [4] ГЖЕГОРЧИК А. *Популярная логика* / А.Гжегорчик. — М.: Наука, 1973.
- [5] ГИЛЬБЕРТ Д. *Основы теоретической логики* / Д.Гильберт, В.Аккерман. — М.: ИЛ, 1947.
- [6] ГРАДШТЕЙН И.С. *Прямая и обратная теоремы. Элементы алгебры логики* / И.С.Градштейн. — М.: Наука, 1965.
- [7] КАЛУЖНИН Л.А. *Что такое математическая логика* / Л.А.Калужнин. — М.: Наука, 1964.
- [8] КАНТОР И.Л. *Гиперкомплексные числа* / И.Л.Кантор, А.С.Солодовников. — М.: Наука, 1973.
- [9] КАЦ М. *Математика и логика. Ретроспектива и перспективы* / М.Кац, С.Улам. — М.: Мир, 1971.
- [10] КЕМЕНИ ДЖ. *Введение в конечную математику* / Дж.Кемени, Дж.Снелл, Дж.Томпсон. — М.: ИЛ, 1963.
- [11] ЛИНДОН Р. *Заметки по логике* / Р.Линдон. — М.: Мир, 1968.

- [12] МЕНДЕЛЬСОН Э. *Введение в математическую логику* / Э.Мендельсон. – М.: Наука, 1971.
- [13] МОСТСЕЛЛЕР Ф. *Вероятность* / Ф.Мостселлер, Р.Рурке, Дж.Томас – М.: Мир, 1967.
- [14] НОВИКОВ П.С. *Элементы математической логики* / П.С.Новиков. – М.: Физматгиз, 1959.
- [15] ПОЙЯ Д. *Математика и правдоподобные рассуждения*/ Д.Пойя. – М.: ИЛ, 1957.
- [16] ПОНТРЯГИН Л.С. *Обобщения чисел* / Л.С.Понтрягин. – М.: Наука, 1986.
- [17] ПОТАПОВ М.К. *Математика* / М.Л.Потапов, С.Н.Олехник, Ю.В.Нестеренко – М.: Русское слово, 2001.
- [18] СТОЛЛ Р. *Множества. Логика. Аксиоматические теории*/ Р.Столл. – М.: Просвещение, 1967.
- [19] СТОЛЯР А.Б. *Логическое введение в математику* / А.Б.Столяр. – Минск: Высшая школа, 1971.
- [20] ЯГЛОМ И.М. *Необыкновенная алгебра* / И.М.Яглом. – М.: Наука, 1968.
- [21] ЯГЛОМ И.М. *Комплексные числа* / И.М.Яглом. – М.: Физматгиз, 1963.

Дополнительные главы математики.  
Дополнительная образовательная программа  
10 класс

Составители: Александр Мечиславович Кытманов,  
Евгений Константинович Лейнартас  
Симона Глебовна Мысливец  
Евгений Иосифович Яковлев

Редактор О.Ф.Александрова  
Корректор И.А.Вейсиг

Подписано в печать 12.10.06  
Бумага офсетная.  
Печать ризографическая.  
Тираж 100 экз.

Формат 60×84/16  
Усл. печ. л. 0,7

Заказ

Издательский центр  
Красноярского государственного университета

660041 г. Красноярск, пр. Свободный, 79